Отзыв

официального оппонента о диссертации
Трушечкина Антона Сергеевича

«Свойства моделей необратимой квантовой динамики и квантовой криптографии», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 – Математическая физика.

Актуальность темы исследования.

Существует проблема, интерес к которой не угасает вот уже почти 200 лет:

почему эволюции многих систем необратимы, хотя движения их элементов обратимы?

Важную роль в заострении этой проблемы сыграла H-теорема Больцмана. В ней фигурирует т.н. H-функция, которая задана на фазовом пространстве механической системы и не убывает в процессе ее эволюции, что естественно трактовать как математическое выражение необратимости. Однако существование H-функции противоречит свойству возвратности траекторий («парадокс» Пуанкаре–Цермело). Так математический анализ необратимых процессов натолкнулся на труднопреодолимое препятствие.

Во Введении к диссертации приведен подробный обзор предлагавшихся методов решения проблемы необратимости и полученных с их помощью результатов. Создается впечатление, что в обозримом будущем проблема будет решена, причем путем выяснения специфики эволюций элементов необратимых систем. Именно к этому направлению можно отнести основную часть исследований, представленных в диссертации А.С. Трушечкина, и уже только поэтому они весьма актуальны и интересны.

Другая часть исследований, представленных в диссертации, относится к теории открытых квантовых систем, конкретнее — к измерениям их параметров и управлению ими. Актуальность этих исследований обусловлена развитием современных технологий, предназначенных, в частности, для построения квантовых компьютеров, т.е. вычислительных устройств, элементами которых являются открытые (т.е. управляемые) квантовые системы.

Результаты диссертации, относящиеся к открытым квантовым системам, применяются в ней для решения актуальной задачи квантовой криптографии о том, как два человека, связанные (прослушиваемым) квантовым каналом связи, могут, тем не менее, создать секретный ключ для шифровки сообщений, которыми они будут обмениваться в дальнейшем.

Краткая характеристика содержания диссертации.

Диссертация состоит из Введения шести глав, Заключения, Списка публикаций автора и Списка литературы.

Введение содержит сведения об актуальности и степени разработанности темы исследования, представленные на основе обзора состояния проблем, исследованию которых посвящена диссертация. Изложены цели и задачи исследования, научная новизна полученных результатов, теоретическая и практическая значимость работы, описаны методы исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту, их степени достоверности и апробации, перечислены публикации автора по теме диссертации, отмечено, что в каждой из них его вклад — либо единственный, либо определяющий. Введение содержит также описание структуры, объема и содержания диссертации. Текст Введения очень полезен, чтобы выбрать точку зрения, с которой наилучшим образом можно оценить выполненное исследование, его результаты, их актуальность и ценность.

Глава 1 посвящена исследованию динамики квантовых систем, подчиняющихся уравнению Горини–Коссаковски–Сударшана–Линдблада (ГКСЛ). Важно, что это уравне-

ние дает наиболее общее описание динамики квантовой системы, подвергающейся внешнему воздействию, т.е. открытой.

Введен функционал производства энтропии (ФПЭ). Его физический смысл продемонстрирован на примерах систем, относящихся к двум важным классам. Доказано, что при определенных ограничениях на вид уравнения ГКСЛ этот функционал неотрицательный (Теорема 1.1). Доказана неотрицательность адиабатического и неадиабатического вкладов в ФПЭ в окрестности стационарного состояния и, при дополнительных предположениях, для произвольных квантовых состояний. Заметим, что определения ФПЭ были известны и ранее. Но обобщающий эти определения функционал, представленный в диссертации, определённый на языке операторов, без обращения к концепции квантовых стохастических траекторий, построен впервые. Также впервые показано,
как с помощью ФПЭ находить стационарные решения уравнения ГКСЛ.

В Главе 2 описаны (сингулярные) меры, которые получаются в пределе при $\hbar \to 0$, $t \to \infty$ из функции Хусими, соответствующей когерентному состоянию квантовой частицы, свободно движущейся по (гипер)поверхности тора. На этом примере показано, что обратимая динамика при усреднении по времени может порождать равновесное пространственное распределение.

Глава 3 содержит постановку и решение задачи о том, как выбрать моменты неселективного измерения некоторой наблюдаемой у системы Ландау–Зинера, чтобы возник эффект Зенона, т.е. система перешла в стационарное состояние. Это — типичная задача управления квантовой системой. Хотя система Ландау–Зинера, в той форме, в какой она представлена в диссертации, предельно проста (явно решаема), оказывается, что целевая функция управления ею может иметь огромное количество максимумов, что делает решение задачи практически невозможным. Доказаны теоремы об общем виде целевой функции и ее максимальных значениях. Предложены методы численного решения в двух предельных случаях и приведены соответствующие результаты расчетов.

В Главе 4 доказано, что распределение в виде суммы мер Дирака, предложенное Н.Н. Боголюбовым в 1975 г. обращает (модифицированное) уравнение Больцмана–Энскога в тождество. Описаны мерозначные решения уравнения Больцмана–Энскога как альтернативы регуляризованным решениям в виде сумм мер Дирака. Результаты Главы 4 имеют фундаментальное значение, поскольку представляют строго математический вывод уравнения Больцмана–Энскога как уравнения, имеющего заданные решения.

Глава 5 посвящена исследованию переноса единичного возбуждения от одной двухуровневой молекулы к другой. Цель — вывести формулы для внедиагональных элементов матрицы плотности для процесса переноса возбуждения в рамках двух теорий возмущений: теории Фёрстера и модифицированной теории Редфилда. Такие формулы впервые получены строгими методами.

В Главе 6 впервые доказана теорема о предельной скорости генерации секретного ключа согласно протоколу квантовой криптографии BB84 при несовпадающих эффективностях детекторов. Для этого был использован известный способ, позволяющий свести задачу о предельной скорости генерации к задаче минимизации квантовой относительной энтропии при линейных ограничениях. Таково практическое применение результатов о минимуме квантовой относительной энтропии из Главы 1. До этого данная задача минимизации решалась только численно. В данной работе впервые продемонстрировано аналитическое решение этой задачи. Это позволяет говорить о новом методе вывода формул предельных и достижимых скоростей генерации секретного ключа в квантовой криптографии.

Заключение содержит перечень основных результатов диссертации. (Они совпадают с положениями, выносимыми автором на защиту.) Интересен содержащийся в Заключении список возможных направлений развития этих результатов.

Список публикаций автора содержит 15 библиографических сведений о статьях, в которых изложены основные результаты диссертации. Все статьи напечатаны в рецензируемых научных изданиях.

Список литературы содержит 325 наименований. Все публикации цитированы в тексте диссертации.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность и новизна.

Все утверждения диссертации в достаточной степени обоснованы и оригинальны. Их достоверность обеспечена математическими доказательствами (главы 1–4 и 6). Достоверность результатов главы 5 обеспечена установлением их согласия с результатами расчетов по точному методу.

Замечания

Диссертация написана очень хорошо. Результаты изложены последовательно, точным языком и полно. Тем не менее, в диссертации есть и отдельные недостатки.

1. В определении понятия энтропии состояния ρ относительно состояния σ предполагается, что носитель σ содержится в носителе ρ (стр. 39). Это, по всей видимости, опечатка, поскольку далее используются энтропии различных состояний ρ относительно $\sigma = \mathrm{Id}/n$, т.е. когда носитель σ совпадает со всем пространством, а ограничений на носитель ρ не накладывается.

2. Для функционала производства энтропии приведены формула (1.19), формула внизу стр. 44 и формула (1.22). Их эквивалентность не очевидна. Важная Теорема 1.1 формально относится только к ФПЭ, определенном формулой (1.22). На странице 45 есть абзац о том, как можно доказать, что формулы (1.19) и (1.22) эквивалентны. Предлагается выразить следы операторов через их собственные значения, зависящие от времени. Но как доказать, что эти собственные значения дифференцируемы — не сказано.

3. В диссертации написано: «обратимость или необратимость динамики, описываемой уравнением Больцмана–Энскога, зависит от рассматриваемого класса решений: динамика необратима, если рассматриваются регулярные решения, и обратима, если рассматриваются сингулярные решения» (стр. 136). Но эти решения имеют различные интерпретации. Соответственно, уравнения, которым они удовлетворяют существенно различны, хотя и выглядят одинаковыми. Поэтому дело не в различии классов решений, а в различии вероятностного и динамического формализмов, ассоциированных с этими классами, иными словами, в различии самих моделей газа.

4. В гамильтониане (5.1) не приведены подобные члены, собранные в H^{el} и H^{reorg}. В Замечании 5.1 сказано, что H^{reorg} введен для учета того, что «при переходе молекулы из основного в возбужденное состояние равновесные положения ядер смещаются и ядра начинают колебаться вокруг новых положений равновесия». Этот эффект представляется слишком тонким, чтобы принимать его в расчет после тех упрощений, которые сделаны при построении модели. Массы ядер в несколько тысяч раз больше массы электрона. Поэтому думается, что переход одного электрона на соседнюю орбиту не может внести существенные изменения в движения ядер молекулы.

5. В тексте слишком часто встречаются термины типа «запирание квантовых когерентностей», «перерастяжка» (вместо «изменение масштаба»), «населенность» (вместо

«элемент матрицы плотности, стоящий на ее главной диагонали»), «когерентность» (вместо «элемент матрицы плотности, стоящий вне главной диагонали»), квантовая томография (вместо «определение состояния по наблюдаемым») и др. Думается, что даже если эти «термины» и употребляются в некоторых публикациях, в диссертации по математической физике они неуместны.

Перечисленные недостатки не умаляют общей высокой оценки диссертации.

Заключение

В диссертации изложены результаты исследований важных и актуальных математических проблем, возникших в квантовой теории, кинетике и квантовой информатике. Автор проявил умение подбирать и развивать математические методы решения этих проблем, а именно: методы выпуклого анализа и динамического программирования, теории обобщенных функций и функционального анализа, а также метод проекционных операторов Цванцига.

Примечательно, что абстрактные математические рассуждения привели к результату о формировании ключа в квантовой криптографии, который может иметь практическое применение, например, при разработке систем квантового распределения ключей.

Диссертация А.С. Трушечкина — это законченная научно-квалификационная работа, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых несомненно является крупным научным достижением, способствующим углублению понимания необратимой динамики квантовых систем и её соотношения с обратимой динамикой.

Диссертация написана грамотно и аккуратно оформлена. Все ее результаты опубликованы в рецензируемых изданиях. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

Диссертация отвечает всем требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор, Трушечкин Антон Сергеевич, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 — «Математическая физика».

Официальный оппонент доктор физико-математических наук профессор

Специальность - 01.01.03
профессор
e-mail: academ.axx@mail.ru
04.03.2020.

/А.И. Кириллов/

В соответствии со статьей 80 Основ законодательства Российской Федерации о нотариате, свидетельствуя подлинность подписи, нотариус удостоверяет, что подпись на документе сделана определенным лицом, но не удостоверяет фактов, изложенных в документе

Поселок Малаховка Люберецкого района Московской области, четвёртого марта две тысячи двадцатого года.

Кириллов Андрей Игоревич

Российская Федерация

Поселок Малаховка Люберецкого района Московской области

Четвёртого марта две тысячи двадцатого года

Я, Козырева Татьяна Вячеславовна, временно исполняющая обязанности нотариуса Люберецкого нотариального округа Московской области Рождественского Юрия Владимировича, свидетельствую подлинность подписи Кириллова Андрея Игоревича .

Подпись сделана в моем присутствии.

Личность подписавшего документ установлена.

Зарегистрировано в реестре: № **50/264-н/50-2020-2-334**.

Взыскано государственной пошлины (по тарифу): 100 руб. 00 коп.

Т.В.Козырева

Всего прошнуровано, пронумеровано и скреплено печатью 04 (четыре) листов
Зр. и.о. нотариуса

Компьютерная система "Экспресс"