ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ

на диссертационную работу А.В.Подобряева

«Симметрии и оптимальный синтез в левоинвариантных задачах оптимального управления»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

Построение оптимального синтеза является одной из центральных проблем в теории оптимального управления. Задача оптимального управления может считаться полностью решенной, если в ней построен оптимальный синтез. Уже классическая книга Л.С.Понтрягина, В.Г. Болтянского, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко «Математическая теория оптимальных процессов» содержит несколько известных примеров оптимального синтеза. Однако число таких примеров весьма невелико, так как для отыскания оптимального управления необходимо решить задачу на экстремум в бесконечномерном пространстве со специфическими ограничениями, налагаемыми дифференциальными уравнениями и краевыми условиями. Как правило, при исследовании этой задачи ограничиваются условиями локальной оптимальности (принцип максимума Понтрягина, условия Лежандра и Якоби).

В рамках геометрической теории управления, возникшей в 70-ых годах прошлого века, были предложены методы исследования управляемости и оптимальности для задач на гладких многообразиях (в частности, на группах Ли). Так, для левоинвариантных систем на группах Ли была разработана стройная теория глобальной управляемости. За последние 30 лет был построен оптимальный синтез для ряда левоинвариантных субримановых задач на группах Ли малой размерности. Основной подход при этом основан на изучении непрерывных и дискретных симметрий задачи. Такие симметрии строятся как продолжение симметрий вертикальной подсистемы гамильтоновой системы принципа максимума Понтрягина. Важным открытым вопросом было существование такого продолжения и его явная конструкция.

Первая глава диссертации А.В.Подобряева посвящена вопросу существования продолжения симметрий вертикальной подсистемы гамильтоновой системы принципа максимума Понтрягина до симметрий экспоненциального отображения левоинвариантной задачи оптимального управления на группе Ли. Получены достаточные условия существования такого продолжения, и в случае их выполнения предложена его явная конструкция.

Во второй—четвертой главах диссертации разработанная конструкция продолжения и симметрийный метод применяются для полного исследования однопараметрического семейства левоинвариантных римановых задач на группах движений сферы и плоскости Лобачевского, т.е. на группах SO(3) и PSL(2, R). Отметим, что изучение левоинвариантных римановых метрик на группе SO(3) было начато еще Л.Эйлером, написавшим носящие его имя уравнения для моментов вращающегося твердого тела. Левоинвариантная метрика на трехмерной группе Ли задается своими собственными значениями, и в диссертации А.В.Подобряева исследуется осесимметрический случай, когда два из этих собственных значений совпадают между собой.

Во второй главе диссертации приведены постановки задач и описаны полученные результаты: параметризация геодезических, симметрии экспоненциального отображения, множество разреза и время разреза, связь с предельным субримановым случаем. Таким образом, для рассматриваемого однопараметрического семейства римановых задач построен полный оптимальный синтез.

В третьей и четвертой главах приведены доказательства сформулированных результатов для групп SO(3) и PSL(2, R), а также для родственных групп SU(2) и SL(2, R). В качестве следствия вычислен диаметр групп SO(3) и SU(2), и точки, наиболее удаленные от единицы группы. Построен пример трехмерной сферы с левоинвариантной метрикой, в которой наиболее удаленные точки не антиподальны, что дает отрицательный ответ на вопрос Ю.Г.Никонорова. Вычислен радиус инъективности группы PSL(2, R).

Диссертация А.В.Подобряева вносит значительный вклад в геометрическую теорию управления и риманову геометрию: получено теоретическое обоснование применимости симметрийного метода для широкого круга левоинвариантных задач оптимального управления на группах Ли, и с помощью этого метода проведено полное исследование однопараметрического семейства осесимметричных левоинвариантных римановых задач на группах SO(3), SU(2), PSL(2, R), SL(2,R). Также вычислены важные геометрические характеристики этих групп.

Все результаты диссертации А.В.Подобряева являются новыми и докладывались им на ряде российских и международных конференций. Полученные результаты опубликованы в виде статей в ведущих российских и международных журналах.

В ходе работы над диссертацией А.В.Подобряев освоил новейшие методы геометрической теории управления и мастерски применил их к решению поставленных нетривиальных задач. Диссертант проявил себя как инициативный, целеустремленный и самостоятельный исследователь.

Диссертация А.В.Подобряева удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ», а ее автор безусловно заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление).

Научный руководитель,
Доктор физико-математических наук, доцент,
Руководитель Исследовательского центра
процессов управления ИПС им. А.К.Айламазяна РАН Сачков Ю.Л.

Подпись Ю.Л. Сачкова заверяю
Зав. Отделом кадров ИПС им. А.К.Айламазяна РАН Игнатьева Е.Л.