ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА НА ДИССЕРТАЦИЮ

Алексея Владимировича Подобряева «Симметрии и оптимальный синтез в левоинвариантных задачах оптимального управления», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В геометрической теории управления полное решение конкретной задачи предполагает построение оптимального синтеза. Необходимое условие оптимальности — принцип максимума Понтрягина дает описание экстремальных траекторий. Для левоинвариантных задач на группах Ли достаточно рассматривать экстремальные траектории, выходящие из единицы группы. Гамильтонов формализм позволяет описать экстремальные траектории как проекции траекторий гамильтонова векторного поля в кокасательном расслоении на группе Ли. Последние можно задать начальными условиями (начальными импульсами), лежащими в слое кокасательного расслоения над единицей группы. Построение оптимального синтеза эквивалентно описанию глобальной структуры экспоненциального отображения задачи, которое ставит в соответствие начальному импульсу конец соответствующей экстремальной траектории. Как правило, это является сложной задачей, здесь отсутствуют какие-либо общие результаты.

Описание глобальной структуры экспоненциального отображения заключается в построении максимальных диффеоморфных областей в прообразе и образе. Дополнение к такой области в образе экспоненциального отображения называется множеством разреза, оно состоит из точек, в которых экстремальные траектории теряют глобальную оптимальность. Ключевую роль в построении множества разреза играют симметрии задачи. Это объясняется тем, что если две симметричные экстремальные траектории пересекаются, то после точки пересечения они не могут быть оптимальными. Как правило, описание симметричных экстремальных траекторий дает возможность получить значительную часть множества разреза.

В левоинвариантных задачах гамильтонова система принципа максимума Понтрягина имеет треугольный вид — ее сопряженная часть не зависит от переменных состояния. Поэтому естественно рассматривать продолжения симметрий сопряженной подсистемы принципа максимума Понтрягина до симметрий экспоненциального отображения (т.е. симметрий экстремальных траекторий). Вообще говоря, существование такого продолжения не гарантировано. В ранее исследованных задачах это продолжение строилось исходя из явного вида гамильтоновой системы или экспоненциального отображения. В первой главе диссертации А. В. Подобряева получены достаточные условия для существования такого продолжения и приведена общая конструкция симметрий экспоненциального отображения.

В следующих главах диссертации автор применяет описанный метод для решения серии римановых задач на группах собственных движений сферы и плоскости Лобачевского. Рассматриваются левоинвариантные римановы метрики с собственными значениями $I_1 = I_2$, $I_3 > 0$. Получено единое описание множеств разреза в геометрических терминах. Показано, что множество разреза состоит, вообще говоря, из двух стратов — множества центральных симметрий, и дополнительного страта, возникающего при $2I_1 < I_3$. Замечательно, что субримановы задачи на тех же группах аппроксимируются римановыми. Кроме того, аналогичные результаты получены для двулистных накрытий рассматриваемых групп. Формулировки всех теорем даны во второй главе диссертации.

Главы 3 и 4 содержат подробные доказательства. Получены уравнения для времени разреза. Это позволило вычислить важные геометрические характеристики рассматриваемых групп — диаметр и радиус инъективности.

Работа не лишена некоторых неточностей.

1. В формулировке левоинвариантной задачи оптимального управления (1.1) терминальное время t_1 закреплено, однако далее рассматриваются задачи со свободным временем.

2. На стр. 12 аналитичность максимизированного гамильтониана принципа максимума Понтрягина не следует из того, что функция $\varphi : G \times U \to \mathbb{R}$ и векторные поля F_u аналитические, ведь никаких требований на множество U не наложено. Стоило бы яснее сформулировать, что аналитичность гамильтониана требуется для дальнейшего.

3. Имеется ряд опечаток.

Приведенные замечания не снижают общую положительную оценку диссертации. В целом в рассматриваемой работе получен важный результат, касающийся общего метода решения левоинвариантных задач оптимального управления на группа Ли, этим методом решена серия римановых задач на группах Ли SO_3, SU_2, $PSL_2(\mathbb{R})$, $SL_2(\mathbb{R})$, рассмотрен ряд геометрических приложений. Все результаты диссертации новые и опубликованы в рецензируемых журналах.

Считаю, что диссертация «Симметрии и оптимальный синтез в левоинвариантных задачах оптимального управления» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор Алексей Владимирович Подобряев, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент Департамента прикладной математики
Московского института электроники и математики им. А. Н. Тихонова
ФГАОУ ВО Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
(научная специальность — 01.01.02)
Россия, 123458, Москва, Таллинская улица, 34.
Тел.: +7 (495) 772-95-90 *11087, e-mail lmanita@hse.ru,
https://www.hse.ru/org/persons/47634721

10.02.2020

Л. А. Манита

Подпись Л. А. Маниты заверяю.

Подпись заверяю

СПЕЦИАЛИСТ ПО КАДРОВОМУ ДЕЛОПРОИЗВОДСТВУ

Г. В. БАТОВА