ОТЗЫВ

Официального оппонента о диссертации Горчинского Сергея Олеговича **"Вычеты и символы в K-теории и группы Чжоу"**, представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Рассматриваемая диссертационная работа посвящена решению ряда трудных проблем, относящихся к категориям мотивов, алгебраической K-теории, теории итерированных рядов Лорана и многомерным символам Конту-Каррера.

Диссертация состоит из введения и пяти глав, первая из которых содержит предварительные сведения. Список литературы содержит 149 наименование.

Рассматривается вопрос о том, когда данный мотив Чжоу входит как прямое слагаемое в другой мотив Чжоу. Если X – гладкое неприводимое трехмерное проективное многообразие над алгебраически замкнутым полем k, удовлетворяющее некоторым дополнительным условиям, то для мотива Чжоу $M(X)_{\mathbb{Q}}$ получено его представление через единичный мотив, мотив Лефшеца и мотивы некоторых неприводимых гладких кривых C и D над k.

В качестве интересного следствия показано, что для любых натуральных d, r существуют конечно порожденная регулярная алгебра R над $\mathbb{C}$ размерности d и конечно порожденный проективный R-модуль M ранга r такие, что M не порождается $d + r - 1$ элементами над R.

Исследуются также мотивы Чжоу лефшецева типа и K-мотивы единичного типа. Получены критерии, показывающие, когда многообразие X размерности 2 или 3 имеет мотивы данного типа. Эти критерии используются для построения геометрических фантомов, т. е. ненулевых триангулированных подкатегорий $\mathcal{T}$ в категории $D^b(X)$ – ограниченной категории когерентных пучков, для которых $K_0(\mathcal{T}) = 0$.

Отметим, что диссертант был первым, кому удалось построить примеры геометрических фантомов. В дальнейшем такие примеры, основанные на других идеях, были получены и другими авторами.

Пусть X – гладкое неприводимое квазипроективное многообразие размерности d. Для локально свободного пучка $\mathcal{F}$ на многообразии X строится полярный комплекс $\mathrm{Pol}_\bullet(X, \mathcal{F})$, определяемый в терминах логарифмических форм и вычетов на них. Доказывается, что для $0 \leqslant p \leqslant d$ существует канонический изоморфизм

$$H^{d-p}(X, \omega_X \otimes_{\mathcal{O}_X} \mathcal{F}) \simeq H_p(\mathrm{Pol}_\bullet(X, \mathcal{F})),$$

где ω_X – пучок дифференциальных форм на X степени d. Этот результат можно рассматривать как аналог теоремы де Рама.

Рассмотрение подобных вопросов приводит также к изучению законов взаимности для символов $(\cdot,\dots,\cdot)_F$, связанных с флагом F на многообразии X и получению явных формул для них. Поскольку F определяет вложение $k(X)\otimes_k A$ в кольцо итерированных рядов Лорана $A((t_1))\dots((t_n))$, возникает задача изучения таких колец и, в частности, их подгрупп единиц $A((t_1)),\dots,((t_n))^*$. Для решения этой задачи диссертант развивает особую технику – теорию толстых инд-конусов, которая, в частности, позволяет доказать представимость кратного функтора петель $L^n\mathbb{G}_m$ и некоторых его подфункторов, где для функтора F его функтор петель определяется как $LF(A):=F(A((t)))$. Получен также критерий обратимости эндоморфизов алгебры итерированных рядов Лорана, применяемый в дальнейшем при изучении многомерного символа Конту-Каррера, который определяется как некоторый морфизм функторов

$$CC_n\colon L^nK^M_{n+1}\longrightarrow\mathbb{G}_m,$$

где K^M_{n+1} – K-группа Милнора. Сначала этот символ определяется для $\mathbb{Q}$-алгебр. Доказываются его единственность и существование. Затем доказывается, что этот символ обобщается на произвольные кольца, причем для доказательства его существования в этом случае используются явные формулы для этого символа. Кроме того, доказано, что многомерный символ Конту-Каррера удовлетворяет универсальному свойству.

Результаты диссертации Горчинского С. О. "Вычеты и символы в K-теории и группы Чжоу" являются новыми и составляют фундаментальный вклад в решение рассматриваемых в диссертации проблем. В ряде случаев подход диссертанта является совершенно новым, как, например, в теории толстых инд-конусов. В других случаях диссертант дает широкое обобщение того, что до его работ было известно только в частных случаях.

Основные результаты диссертации полностью и своевременно опубликованы в 11 работах в журналах, входящих в список ВАК, из них 2 работы написаны единолично, а в работах, написанных в соавторстве, четко указан вклад каждого соавтора.

Все результаты снабжены подробными доказательствами, они неоднократно докладывались на семинарах и конференциях (российских и международных) и их достоверность не вызывает сомнений.

Диссертация написана подробно, хорошим языком и аккуратно оформлена. К достоинствам диссертации можно отнести большое количество рассматриваемых примеров, что позволяет читателю быстрее освоиться с достаточно трудными понятиями, рассматриваемыми в диссертации. К недостаткам можно отнести некоторое количество невыявленных опечаток, но оно не велико и не мешает чтению работы. Также в ряде случаев диссертант называет свою работу статьей. Эти недостатки несущественны и нисколько не умаляют достоинства работы.

Содержание диссертационного исследования соответствует специальности 01.01.06. – математическая логика, алгебра и теория чисел. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы исследователями, работающими в ПОМИ РАН и СПбГУ, а также использованы в спецкурсах, читаемых в МГУ и СПбГУ.

Представленная диссертационная работа Горчинского Сергея Олеговича полностью соответствует всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Горчинский Сергей Олегович безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Нач. лаб. Национального исследовательского центра "Курчатовский институт", доктор физ.-мат. наук, специальность 01.01.06 /Кузьмин Леонид Викторович/

Подпись Л.В.Кузьмина заверяю,
главный ученый секретарь НИЦ
"Курчатовский институт" /Форш П. А./,

04.04.19

тел. 8-917-533-25-76
e-mail lvkuzmin@mail.ru

НИЦ "Курчатовский институт"
123182 Россия, Москва
пл. Академика Курчатова, д 1.