ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Быкова Дмитрия Владимировича на тему "Двумерные сигма-модели и пространства флагов", представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

1. Актуальность избранной темы.

Двумерные сигма-модели активно используются в классической и квантовой теории поля, в теории струн, в физике элементарных частиц и в физике конденсированного состояния. Релятивистские сигма-модели возникают в непрерывном полевом пределе Халдейна (Haldane) для спиновых цепочек вблизи анти-ферромагнитного состояния твёрдого тела. Для физических приложений за рамками квантовой теории возмущений важна интегрируемость сигма-модели, что позволяет находить точные решения, включая так-называемую щель (mass gap) в спектре собственных значений гамильтониана. Теория интегрируемых моделей также является одной из важнейших и актуальных областей современной математики и теоретической физики. Target-пространства интегрируемых двумерных сигма-моделей обычно являются однородными симметрическими пространствами. Например, для спиновой цепочки Гайзенберга непрерывный предел Халдейна приводит к релятивистской сигма-модели с двумерной сферой в качестве target-пространства, и топологическим членом с квантованным параметром (theta-angle). В связи с этим, особенно актуальной проблемой является нахождение интегрируемых сигма-моделей с однородным target-пространством, не являющимся симметрическим. Актуальность последней проблемы подтверждается новейшими исследованиями в теории суперструн (AdS-CFT correspondence), и в (супер)конформной теории поля (duality).

2. Степень обоснованности научных положений и выводов, сформулированных в диссертации.

Диссертационная работа Быкова Д.В. изложена на 197 страницах, и состоит из 7 глав, заключения, двух приложений, и списка библиографии, включающего 120 наименований (ссылок).
Несомненным достоинством диссертации является последовательное и логичное изложение, а также безупречная формулировка новых результатов автора.
Все научные положения и выводы, сформулированные в диссертации, основаны на общепринятых математических и физических методах, на высшем уровне математической строгости, то есть в форме доказанных теорем. В частности, для изучения сигма-моделей пространств флагов использованы методы геометрического квантования (когерентные состояния, теорема Бореля-Ботта-Вейля) а также симплектической, дифференциальной и алгебраической геометрии (симметрические и градуированные пространства, Эйнштейновские метрики, твисторные пространства, голоморфные кривые). Для изучения обобщённых сигма-моделей с B-полем (или топологическим членом) в диссертации использованы стандартные методы теории интегрируемых моделей (представления нулевой кривизны, преобразования Бэклунда, пары Лакса, классические R-матрицы), а также элементы теории «колчанных» многообразий.

3. Достоверность и новизна полученных результатов и выводов.

Достоверность полученных результатов подтверждается: открытой публикацией 13 (реферируемых) научных работ, в том числе 8 научных работ в международных физико-математических научных журналах с высоким импакт-фактором (Nuclear Physics B, Communications in Mathematical Physics, Physics Letters B, Journal of High Energy Physics, European Physical Journal), многочисленными презентациями научных

результатов автора на международных научных конференциях и семинарах в России, Ирландии, Голландии, Швеции, Германии, Турции, Франции и Бразилии.

Достоверность научных результатов автора, полученных в диссертации, подтверждается не только математической строгостью их вывода, их апробацией в научных публикациях и презентациях, но и их подтверждением другими авторами в последующих работах.

К основным новым научным результатам автора следует отнести:

(1) построение полевого предела Халдейна для спиновых цепочек (spin chains) с группой симметрии SU(N) для N>2, вычисление метрики и theta-члена в результирующей двумерной сигма-модели с target-пространством, являющимся пространством флагов U(N)/U(n_1)x...xU(n_m), представление пространства классических основных состояний спиновой цепочки как лагранжевого подмногообразия фазового пространства элементарной ячейки. Доказательство периодичности щели (mass gap) по спину;

(2) идентификация новых двумерных сигма-моделей пространств флагов, уравнения движения которых допускают представление нулевой кривизны (что является необходимым условием классической интегрируемости), когда пространство флагов не является грассманианом или сферой;

(3) получены все решения уравнений движения для конкретной сигма-модели с несимметрическим target-пространством U(3)/U(1)xU(1)xU(1) и мировой поверхностью CP(1) в терминах гармонических отображений в CP(2);

(4) найдена классически-эквивалентная (квазилинейная) формулировка (gauged linear sigma-model) изучаемых сигма-моделей пространств флагов, на основе представления пространства флагов в виде кэлерова фактора плоского пространства;

(5) обнаружена взаимосвязь изучаемых в диссертации сигма-моделей и сигма-моделей с (деформированными или градуированными) target-пространствами, ранее рассмотренными в научной литературе;

показано, что в ряде случаев (модифицированное) уравнение Янга-Бакстера тесно связано с рассмотренными в диссертации моделями.

4. Критические замечания к диссертации.

(а) Мотивация и актуальность диссертации базируются не только на пределе Халдейна для спиновых цепочек, но и на интегрируемых структурах в релятивистской теории поля (сигма-модели и калибровочные теории Янга-Миллса с максимальной суперсимметрией) и теории суперструн (AdS/CFT correspondence). Основные сходства и различия между сигма-моделями автора и сигма-моделями, используемыми в теории суперструн (AdS/CFT), указаны в Главе 7. Однако, в диссертации отсутствуют приложения результатов автора (в качестве фрагментов или упрощённых аналогов) к интегрируемым конструкциям в суперсимметричной теории поля и теории суперструн.

(б) Существование представления нулевой кривизны является важным, но (в общем случае) не достаточным условием классической интегрируемости сигма-модели. В диссертации найдено общее решение уравнений движения в простейшем (несимметрическим) случае, когда target-пространство есть пространство флагов U(3)/U(1)xU(1)xU(1) с мировой поверхностью CP(1), однако, не установлена классическая интегрируемость более общих сигма-моделей с несимметрическим target-пространством или мировой поверхностью другой топологии, например, путём построения спектральных кривых (spectral curves). Тема квантовой интегрируемости изучаемых сигма-моделей тоже не рассматривалась.

Указанные недостатки не снижают качество исследований в диссертации, и не влияют на основные результаты автора.

5. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о порядке присуждения учёных степеней» (п.9 Положения, утверждённого постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842).

Качество оформления диссертации удовлетворительное, автореферат корректно отражает содержание диссертации. Степень завершённости диссертации является адекватной, хотя и с пожеланием дальнейших исследований.

В целом, диссертация соискателя “Двумерные сигма-модели и пространства флагов”, отвечает всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а её автор, Быков Дмитрий Владимирович, заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук, профессор С.В. Кетов

18.09.2018

Кетов Сергей Владимирович,
доктор физико-математических наук, профессор Исследовательской Школы Физики Высокоэнергетических Процессов ФГАОУ ВО «Национальный Исследовательский Томский Политехнический Университет» (специальность 01.04.02 Теоретическая физика)
адрес: 634050, Россия, гор. Томск, пр. Ленина 30, ТПУ, ИШФВП
телефон: (3822) 60-63-33
эл.почта: ketov@tpu.ru

Подпись Кетова С.В. заверяю.
Ученый секретарь ТПУ О.А. Ананьева