ОТЗЫВ
официального оппонента

о диссертации В.В. Пржиялковского "Торические модели Ландау-Гинзбурга", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Для алгебраической геометрии характерны яркие наблюдения, объяснение которым находится лишь спустя значительное время. К таким наблюдениям относится замеченная Ньютоном коллинеарность точек перегиба плоских кубических кривых, открытая Эйлером теорема сложения для эллиптических интегралов, угаданное А. Вейлем сходство между дзета-функциями кривых над конечными полями и формулой Лефшеца для числа неподвижных точек эндоморфизма компактного многообразия. В этот же ряд, несомненно, можно поставить и появившуюся несколько десятилетий назад зеркальную симметрию; однако теория, которая её полностью объяснит, в настоящий момент ещё находится в стадии разработки – несмотря на усилия многих сильнейших современных математиков.

В отличие от упомянутых классических примеров, относящихся к чистой математике, зеркальная симметрия пришла из теоретической физики, и физическая интуиция продолжает играть важную роль в развитии теории. Взаимодействие современных физики и математики в этой области исключительно интенсивно и плодотворно; так, начиная с сенсационных приложений к исчислительной геометрии, зеркальная симметрия уже внесла важные методы, идеи и проблемы в алгебраическую геометрию.

Физика стимулировала повышение интереса к объектам или классам объектов, которые и по внутренней логике развития алгебраической геометрии привлекали внимание специалистов, но исследование которых резко интенсифицировалось благодаря появившимся связям. К таким классам объектов относятся многообразия Калаби-Яу, находящиеся "на границе" между многообразиями Фано и многообразиями основного типа. В размерности 1 эти многообразия представлены эллиптическими кривыми, в размерности 2 наряду с абелевыми поверхностями – K3-поверхностями. Трёхмерные

же многообразия Калаби-Яу и связаны с теорией элементарных частиц, и именно они, начиная с квинтик в $\mathbf{P}_4(\mathbb{C})$, играют центральную роль в теории зеркальной симметрии, в которой многообразия разбиваются на пары (вместе с некоторыми дополнительными структурами), ромбы Ходжа которых симметричны друг другу относительно наклонной прямой. Некоторому обобщению зеркальной симметрии для многообразий Калаби-Яу и посвящена диссертация В.В. Пржиялковского.

В диссертации рассматривается зеркальная симметрия для многообразий Фано, которым сопоставляются объекты другой природы, модели Ландау-Гинзбурга; такая модель представляет собой однопараметрическое семейство многообразий Калаби-Яу, зеркально двойственных антиканоническим сечениям исходного многообразия. Изучается несколько ослабленная версия гипотезы гомологической зеркальной симметрии, формулируемая в терминах вариаций структур Ходжа. Строятся и изучаются торические модели Ландау-Гинзбурга для поверхностей дель-Пеццо, трёхмерных многообразий Фано и полных пересечений во взвешенных проективных пространствах и грассманианах.

Перечислим центральные результаты диссертации.

1. Построены торические модели Ландау-Гинзбурга для поверхностей дель-Пеццо. Для них доказаны несколько модифицированные гипотезы Кацаркова-Концевича-Пантева.

2. Построены торические модели Ландау-Гинзбурга для трёхмерных многообразий Фано и компактификации Калаби-Яу над ними. Вычислены поляризации слоёв этих моделей и показано, что эти слои являются поверхностями Шиоды-Инозе.

3. Построены торические модели Ландау-Гинзбурга для полных пересечений, являющихся многообразиями Фано, и слабые модели Ландау-Гинзбурга для полных пересечений Фано в грассманианах.

4. Для торических моделей Ландау-Гинзбурга в случае трёхмерных многообразий Фано основной серии установлена связь между числом Ходжа $\mathrm{h}^{1,2}$ исходного многообразия и числами компонент приводимых слоёв его модели Ландау-Гинзбурга.

5. Определены базовые линки, связывающие элементарными проекциями торические вырождения трёхмерных многообразий Фано. Эти связи проанализированы в случае многообразий Фано основной серии.

Помимо приведённых результатов, диссертация содержит большое количество технически более сложных утверждений. Многие из них связываются с интересными проблемами и гипотезами.

В диссертации используются разнообразные методы алгебраической (в частности, бирациональной и торической) геометрии, разрешаются многочисленные особенности многомерных многообразий. Применяются также методы симплектической геометрии и комбинаторики. В работе фигурируют интересные явные формулы – как алгебраические, так и трансцендентные, причём последние связывают производящие функции для современных величин (например, инвариантов Громова-Виттена) с классическими дифференциальными уравнениями (обобщающими Пикара-Фукса), которым удовлетворяют периоды семейств алгебраических многообразий.

Все приведенные результаты диссертации являются новыми. Они тщательно обоснованы и своевременно, в течение 11 лет, опубликованы в известных изданиях.

В целом диссертация является законченным и профессионально зрелым произведением, вносящим значительный вклад в один из самых актуальных разделов современной математики, в котором работают весьма многие сильнейшие специалисты. Автор выработал собственный стиль исследований, в котором прекрасное владение современным аппаратом нескольких математических наук естественно сочетается с тщательной проработкой многочисленных и интересных частных случаев.

Диссертация оформлена аккуратно и логически безупречно. Некоторые стилистические претензии к тексту, однако, имеются. На стр. 31 есть "законченная" фраза "Имея класс дивизоров D."; на стр. 63 фигурирует "спаривание двойственности Лефшеца"; на стр. 85 встречается оборот "эти ряды определяЕтся" и т. д. Автореферат соответствует содержанию диссертации, но местами недостаточно структурирован (то же относится к введению); так, описание результатов для трёхмерных многообразий Фано слишком длинно и дублирует технические детали из основного текста. На стр. 10 автореферата не оговорено, что полные пересечения предполагаются многообразиями Фано.

Приведённые малосущественные замечания никак не снижают высокой общей оценки диссертации.

Исходя из вышесказанного, я считаю, что рецензируемая работа В.В. Пржиялковского удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора

физико-математических наук, а её автор заслуживает присуждения ему этой степени по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук, специальность 01.01.06
профессор РГГУ

7 сентября 2017

Г.Б.Шабат
Москва 125267, Миусская пл.
д. 6, корп. 2, каб. 213
8(495) 250 63 29
e-mail: george.shabat@gmail.com

Подпись Шабата Г.Б. удостоверяю

Начальник Управления кадров
Н.Н. Назарова

Проректор по научной работе
О.В. Павленко