МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

ул. Пирогова, д. 1, Новосибирск, 630090.
Тел. (383) 363-40-00. Факс (383) 363-42-80.
Адрес в интернете: //www.nsu.ru
E-mail: rector@nsu.ru

22.09.2016 № 3457/216
на №_____ от_____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научно-исследовательской деятельности

д. ф.-м. н. _____ Д.В.Чуркин

ОТЗЫВ

ведущей организации о работе Жеглова Александра Борисовича «Пучки без кручения на многообразиях и интегрируемые системы», представленной в качестве диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертационная работа Александра Борисовича Жеглова посвящена исследованию коммутативных колец дифференциальных операторов со скалярными коэффициентами. Задача классификации обыкновенных коммутирующих операторов была решена И.М. Кричевером в конце 1970-х. Им также получены первые важные результаты о коммутирующих дифференциальных операторах нескольких переменных. В частности, был доказан многомерный аналог леммы Бурхнала-Чаунди и построены формальные совместные собственные функции коммутирующих операторов, зависящие от точек многомерного спектрального многообразия. Тем не менее, задача классификации многомерных коммутирующих дифференциальных операторов не решена до сих пор. Данная диссертация вносит существенный прогресс в решение этой задачи.

Объём диссертации составляет 201 страницу. Текст диссертации

состоит из введения, шести глав и списка литературы, насчитывающего 152 наименования.

Во введении продемонстрирована актуальность темы, представлен обзор литературы, изложены основные идеи и результаты исследования, отражена научная новизна, приведены сведения о структуре работы и публикациях по теме исследования, представлено краткое содержание глав диссертации.

В первой главе, после краткого обзора известной теории коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторов, доказываются результаты о существовании бесконечных серий коммутирующих операторов с полиномиальными коэффициентами, со спектральными кривыми произвольного рода, лежащих в разных орбитах относительно действия группы автоморфизмов алгебры Вейля. Эти результаты дают ответ на давно стоявший вопрос о том, насколько много может быть коммутирующих операторов с полиномиальными коэффициентами с фиксированной спектральной кривой.

Во второй главе вводится определение алгебро-геометрических спектральных данных коммутативных колец дифференциальных операторов в частных производных и доказывается теорема об их общих свойствах. В частности, в этой главе определяется один из основных объектов исследования: спектральный пучок, который является пучком без кручения особого вида на алгебраическом спектральном многообразии. Существование такого пучка существенно ограничивает геометрию этого многообразия.

В третьей главе излагается теория классификации коммутативных подколец в пополненном кольце дифференциальных операторов от двух переменных. Теория основывается на предложенном диссертантом обобщении теории М. Сато и алгебро-геометрических методах, развивавшихся А.Н. Паршиным и его учениками. Классификация подколец, предложенная диссертантом, предлагает решение обратной задачи (аналог теоремы Кричевера для обыкновенных дифференциальных операторов) о

восстановлении коммутативного кольца операторов по «спектральным данным», состоящих, в частности, из особой проективной спектральной поверхности, рационального дивизора «на бесконечности», спектрального пучка, при этом кольца принадлежат некоторому пополнению кольца дифференциальных операторов в частных производных. Отмечается, что такое пополнение содержит, помимо обыкновенных дифференциальных операторов, также разностные операторы. Последнее замечание открывает интересные перспективы для дальнейшего исследования, поскольку к настоящему времени имеется достаточно развитая теория коммутативных колец разностных операторов, во многом повторяющая теорию дифференциальных операторов, в которой важную роль играют функции Бейкера-Ахиезера – аналоги классических блоховских функций, строящиеся по методу Кричевера.

В четвертой главе вводятся новые алгебро-геометрические объекты: риббоны и пучки без кручения на них. Эти объекты оказываются тесно связанными со спектральными данными. Глава носит во многом технический характер, её результаты используются в следующих главах. Диссертантом также отмечается, что теория риббонов может в перспективе послужить для исследования «изоспектральных деформаций» коммутативных колец дифференциальных операторов.

В пятой главе доказываются результаты об общих геометрических свойствах «спектральных данных», отвечающих коммутативным подкольцам в пополненном кольце дифференциальных операторов от двух переменных, а также приводятся необходимые условия, выделяющие среди таких данных спектральные данные алгебр коммутирующих дифференциальных операторов в частных производных ранга один. Высказывается предположение, что для алгебр ранга 1 эти условия являются также достаточными. Кроме этого, в главе доказывается теорема о преобразовании Дарбу алгебр коммутирующих дифференциальных операторов в частных производных с рациональной спектральной поверхностью.

В шестой главе анализируются некоторые уже известные примеры

коммутативных колец дифференциальных операторов, а также строятся некоторые новые примеры, в пополненном кольце дифференциальных операторов. Один из основных результатов этой главы – описание необходимых и достаточных условий на спектральные данные, выделяющих класс «тривиальных» (в терминологии автора) коммутативных алгебр.

Результаты диссертации снабжены полными и подробными доказательствами.

Научные результаты диссертации получены автором самостоятельно, являются новыми и строго обоснованы. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Полученные в диссертации результаты своевременно опубликованы, в том числе в журналах, рекомендованных ВАК. Работа имеет значительную теоретическую ценность.

Автореферат диссертации верно и полностью отражает её содержание. Результаты диссертации регулярно докладывались на конференциях и семинарах, проводимых ведущими научными учреждениями и университетами Российской Федерации, Германии, Испании, Франции, Китая, Японии. Результаты и разработанные методы могут быть использованы специалистами по алгебраической геометрии, теории интегрируемых систем, алгебре. Часть результатов диссертации может быть включена в программы специальных курсов по алгебре и теории интегрируемых систем для студентов старших курсов математических специальностей Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Научно-образовательного центра при МИАН, Новосибирского государственного университета, математического факультета ВШЭ, Санкт-Петербургского государственного университета, и других высших учебных и научно-исследовательских учреждений.

Диссертация А.Б. Жеглова удовлетворяет требованиям п. 7 «Положения о порядке присуждении ученых степеней» ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации. Совокупность представленных

результатов позволяет оценивать диссертацию как крупный вклад в теорию коммутирующих дифференциальных операторов. Работа полностью соответствует специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел. Её автор, Александр Борисович Жеглов, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв обсуждён на заседании кафедры геометрии и топологии Новосибирского государственного университета 19 сентября 2016 года.

Профессор кафедры геометрии и топологии
член-корреспондент РАН
доктор физико-математических наук  А.Ю. Веснин

19 сентября 2016 г.