«Утверждаю»

Ректор государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»
член-корреспондент РАН

_____ Н.Н. Кудрявцев

11 марта 2014 года

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу

Печеня Александра Николаевича «Некоторые вопросы динамики и управления квантовыми системами», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 — математическая физика.

Диссертационная работа А.Н. Печеня посвящена изучению некоторых математических вопросов динамики открытых квантовых систем и управления квантовыми системами. Задачи динамики открытых квантовых систем и управления квантовыми системами формируют одну из актуальных областей современной математической физики. Актуальность изучения динамики открытых квантовых систем для развития физико-математических наук определяется широким интересом к задачам строгого вывода мастер-уравнений для редуцированной матрицы плотности открытой системы, исследования механизмов декогеренции и возникновения необратимости, появления новых типов квантовой статистики при описании открытых квантовых систем, задачам квантовых вычислений и квантовой информации, квантовой оптики, теории квантовых измерений, квантовой статистической механики. Актуальность темы управления квантовыми системами определяется богатством математической теории и широким классом существующих и перспективных приложений, от управления химическими реакциями с помощью лазерных импульсов до квантовой информации и разделения изотопов. Несмотря на высокий интерес, в данной области недостаточно проработан ряд важных математических вопросов, таких как изучение разновременных корреляционных функций в пределе малой плотности, методы реализации управляемости открытых квантовых систем

на множестве всех матриц плотности, анализ ландшафтов управления для задач управления квантовыми системами, в том числе критических точек типичных целевых функционалов, исследование возможностей некогерентного управления и управления с использованием неселективных квантовых измерений. Целью диссертационного исследования является решение данных вопросов.

Диссертационное исследование состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Диссертация содержит 194 страницы, в том числе 168 страниц основного текста, 16 рисунков, 4 таблицы, список литературы из 249 наименований.

Во введении показана актуальность темы, представлен обзор литературы, изложены основные идеи и результаты исследования, отражена научная новизна, приведены сведения о структуре диссертационной работы и публикациях по теме исследования, представлено краткое содержание глав диссертационного исследования.

В первой главе рассмотрен предел малой плотности в теории открытых квантовых систем. Изучается динамика на кинетическом этапе эволюции для модели квантовой частицы, взаимодействующей с разреженным бозонным квантовым газом (резервуаром) в пределе малой плотности, когда специальным согласованным образом плотность газа стремится к нулю, а время, на котором изучается динамика — к бесконечности. Исследование предела малой плотности имеет большое значение для развития теории открытых квантовых систем, где этот предел является примером марковской динамики открытых систем с сильным взаимодействием между системой и резервуаром. Важность для приложений состоит в том, что предел малой плотности описывает столкновительную декогеренцию частицы в разреженном квантовом газе. Наиболее значимым результатом является полученное впервые доказательство того, что усеченные корреляционные функции операторов, описывающих данную модель и построенных из бозонных операторов рождения и уничтожения, в пределе малой плотности сходятся к корреляционным функциям операторов квантового белого шума, удовлетворяющих специальным, так называемым свободным, коммутационным соотношениями, и получены явные выражения для корреляционных функций, определяющих динамику в пределе малой плотности. Обоснованность и достоверность данного результата подтверждается корректным использованием методов математической физики, теории операторов, асимптотических методов.

Во второй главе исследуется некогерентное управление n-уровневыми квантовыми системами. Дается общая формулировка метода некогерентного управления в моделях с мастер-уравнениями, соответствующими пределу слабой связи и пределу малой плотности, и показывается возможность приближенного создания произвольных матриц плотности открытых квантовых систем с помощью комбинации когерентного и некогерентного

управлений. Важное значение в теории управления квантовыми системами имеет построение метода, позволяющего с хорошей точностью создавать произвольные матрицы плотности n-уровневых квантовых систем в рамках конкретной физической модели. Основным результатом второй главы является разработка такого метода, позволяющего при широких условиях на параметры системы приближенно реализовать управляемость для открытых квантовых систем на множестве матриц плотности в модели, соответствующей пределу слабой связи и описывающей взаимодействие n-уровневой системы с когерентным и некогерентным излучением. Обоснованность и достоверность данного результата подтверждается адекватным выбором модели, описывающей взаимодействие квантовой системы с некогерентным излучением в пределе слабой связи, и корректным использованием методов теории открытых квантовых систем и теории управления квантовыми системами. Полученный результат имеет большое значение для теории управляемости квантовых систем, где хорошо изученным вопросом является управляемость системами, изолированными от влияния окружения (резервуара), в то время как в реальных лабораторных условиях управляемая система, как правило, не является изолированной и влиянием окружения на ее динамику нельзя пренебречь. Данное обстоятельство определяет важность задачи изучения управляемости для открытых квантовых систем. Для открытых систем, взаимодействующих с марковским резервуаром с фиксированным состоянием, в работах C. Altafini (2003, 2004) было доказано отсутствие управляемости. Диссертантом получен новый результат, показывающий, что при возможности варьирования таких параметров резервуара возможна приближенная реализация полной управляемости на множестве всех матриц плотности для открытых квантовых систем, что является важным вкладом в теорию управляемости квантовых систем. Достоинством предложенного диссертантом нового метода является его конструктивный и детерминистский характер, включающий явное нахождение функции распределения резервуара и не требующий реализации управления с обратной связью либо индивидуального воздействия на отдельные квантовые системы.

В третьей главе исследуется некогерентное управление квантовыми системами с использованием неселективных квантовых измерений в качестве управляющего воздействия. Дается общая формулировка задачи управления и впервые приводится аналитическое решение для задачи максимального переноса населенности в трехуровневой системе с динамической симметрией. Важность решенной задачи определяется следующим обстоятельством. Селективные квантовые измерения часто рассматриваются в задачах квантового управления в контексте реализации управления с обратной связью. Однако экспериментальная реализация управления с обратной связью крайне затруднена быстротечностью протекающих процессов. Поэтому важное значение приобретает изучение управления с использованием неселективных квантовых измерений без обратной связи. В

диссертации впервые получено точное решение для задачи переноса населенности в трехуровневой системе с динамической симметрией с использованием когерентного управления и одного неселективного квантового измерения. Обоснованность и достоверность данного результата подтверждается корректным использованием методов квантовой механики, включая моделирование влияния неселективных измерений на матрицу плотности системы и описание эволюции системы под влиянием когерентного управления.

В четвертой главе изучаются ландшафты управления, для задач управления изолированными от влияния окружения квантовыми системами. Задача исследования ландшафтов управления для квантовых систем была поставлена в работе H. Rabitz, M. Hsieh, C. Rosenthal в журнале *Science* (2004) и в настоящее время привлекает активное внимание. Несмотря на высокий интерес и проведение широких численных исследований, было получено немного математических результатов. В диссертационной работе рассматриваются ландшафты управления как для конечноуровневых систем, так и для систем с бесконечным числом уровней. Для задачи максимизации среднего значения наблюдаемой в конечноуровневых системах найдены новые условия на гамильтониан системы и наблюдаемую, для которых доказано существование ловушек второго порядка, то есть критических управлений, не являющихся глобальными максимумами, в которых гессиан целевого функционала отрицательно полуопределен. Доказательство существования ловушек второго порядка в задачах управления для широкого класса физически важных квантовых систем имеет большую фундаментальную и практическую важность для поиска оптимальных управлений. Другим основным результатом четвертой главы является найденное впервые доказательство отсутствия ловушек в задаче управления коэффициентом прохождения частицы в поле одномерного потенциала. Фундаментальная значимость данного результата определяется тем, что этот результат является первым доказательством отсутствия ловушек для систем с бесконечномерным гильбертовым пространством. Обоснованность и достоверность полученных в четвертой главе результатов подтверждается корректным использованием теории возмущений для систем с дискретным и непрерывным спектрами, вариационных методов, методов теории управления квантовыми системами.

В пятой главе изучается ландшафт задачи максимизации среднего значения наблюдаемой для открытых квантовых систем. Впервые показано, что задача нахождения критических точек в регулярных управлениях при условии полной управляемости системы сводится к задаче поиска максимумов некоторых следовых функций на комплексных многообразиях Штифеля. С использованием этого представления впервые доказано, что регулярные управления для полностью управляемых открытых квантовых систем могут быть только глобальными максимумами. Так как в реальных условиях управляемые квантовые системы как правило являются открытыми,

то задача исследования ландшафтов управления для открытых квантовых систем приобретает первостепенную важность, определяющую высокую значимость полученного автором результата. Обоснованность и достоверность данного результата определяется адекватным моделированием динамики открытых квантовых систем с использованием вполне положительных, сохраняющих след отображений и корректным применением метода множителей Лагранжа.

В заключении кратко перечислены основные результаты работы.

Достоверность полученных результатов подтверждается публикациями в высокорейтинговых мировых журналах, включая такие авторитетные журналы по математической физике, как Journal of Mathematical Physics, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, «Современная математика. Фундаментальные направления» и высокорейтинговые физические журналы Physical Review A и Physical Review Letters. На работы автора имеется большое число ссылок. Результаты диссертации докладывались на научных конференциях и семинарах в России, Европе и США.

Диссертация не лишена недостатков. В частности, могут быть сделаны следующие замечания:

1. Решение задачи об управлении с использованием квантовых измерений в системе с динамической симметрией получено для одного измерения, тогда как реальные системы неодномерны. Автором не сделаны комментарии, позволяющие обобщить полученные результаты для систем с большей размерностью.
2. Изучение ландшафтов управления для замкнутых систем произведено для случая одной управляющей функции, однако не проведено анализа квантовых систем, для которых использование одной управляющей функции достаточно.
3. Формула (4.13) представлена для безразмерных переменных, однако параметры обезразмеривания не указаны, что затрудняет восприятие данного результата для физической системы.

Отмеченные недостатки не влияют на положительную оценку выполненной работы и не ставят под сомнение основные результаты диссертации.

Диссертация написана четким ясным языком, хорошо структурирована, обладает внутренним единством. Результаты проведенного исследования опубликованы в рецензируемых научных изданиях и подробно изложены в диссертации. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации, содержит основные идеи и выводы диссертации, показывает вклад автора и степень новизны результатов проведенных исследований, содержит список публикаций, в которых опубликованы основные научные результаты. Диссертация в целом представляет собой научный труд, в котором разработаны теоретические положения, совокупность которых

является научным достижением в области динамики и управления квантовыми системами, имеющим существенное значение для развития математической физики.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о порядке присуждения ученых степеней» Диссертация представляет собой завершенную научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Новые научные результаты, полученные диссертантом, имеют существенное значение для развития физико-математических наук. Выводы и рекомендации достаточно обоснованы. Работа отвечает критериям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика.

Отзыв на диссертацию и автореферат обсужден на заседании кафедры теоретической физики МФТИ 14 февраля 2014 г.

Заведующий кафедрой,
доктор физико-математических наук Ю.М. Белоусов

Доцент кафедры теоретической физики,
кандидат физико-математических наук М.Г. Иванов