«УТВЕРЖДАЮ»
Первый проректор, проректор по научной
и инновационной работе федерального
государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего профессионального
образования «Владимирский государственный
университет имени Александра Григорьевича
и Николая Григорьевича Столетовых»
доктор ф.-м.н., профессор
В. Г. Прокошев
«__» _____ 2014 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации – федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ) на диссертацию Андрея Анатольевича Илларионова на тему "Статистические свойства полиэдров Клейна и локальных минимумов решеток", представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Работа посвящена развитию конструкций Клейна и Вороного-Минковского и изучению их статистических свойств для целых решеток размерности три и выше, или более конкретно – исследованию статистических свойств локальных минимумов и граней полиэдров Клейна многомерных решеток. В последние годы наиболее активно данное направление развивается хабаровской школой теории чисел.

Важно отметить, что в двумерном случае эти обе указанные выше конструкции совпадают и эквивалентны теории непрерывных дробей. Последняя является тем началом, которое побудило Л. Эйлера, К. Якоби, О. Перрона и затем далее Л. Дирихле, Л. Кронекера, Ш. Эрмита, Е. Золо-

тарева, Г. Ф. Вороного и Г. Минковского к построению многомерной теории непрерывных дробей, переходя от квадратичных иррациональностей к алгебраическим иррациональностям высших степеней. Чисто геометрический подход предложил Ф. Клейн, рассматривая полиэдры Клейна – выпуклые оболочки узлов решетки, лежащих в симплициальном конусе.

Значение рассматриваемых в диссертации задач, кроме очевидно теоретического - многомерной теории непрерывных дробей, определяется также их практическими приложениями к многомерным наилучшим приближениям, теоретико-числовым квадратурным формулам и теории равномерного распределения (В. А. Быковский и его ученики).

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, приложения и списка литературы из 134 наименований, включая шестнадцать работ автора. Двенадцать работ автора опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК. Объем диссертации составляет 164 страницы машинописного текста.

Во введении описывается актуальность темы исследования, степень ее разработанности, цели исследования, основные результаты работы, а также сведения о ее апробации.

Первая глава диссертации посвящена выводу оценок для максимального количества локальных минимумов решеток. Основные результаты данной главы содержатся в теоремах 2.1 и 3.1, где приведены многомерные обобщения хорошо известного результата о логарифмической скорости роста знаменателей подходящих дробей. В данных теоремах доказано, что в многомерном случае рост сохраняется логарифмическим. Изменяется лишь степень, связанная с рангом соответствующей решетки.

Во второй главе решается аналитическая задача об асимптотической оценке количества целых точек на детерминантных поверхностях в произвольных размерностях. Данная задача возникла при вычислении средней длины непрерывных дробей при разложении рациональных чисел

заданного знаменателя. Автор переносит результаты Ю. В. Линника и Б. Ф. Скубенко на поликонические области.

В третьей главе вычисляется среднее количество относительных минимумов. Для них в теореме 3.2 доказывается асимптотическая формула с логарифмическим главным членом и таким же остатком на единицу меньшей степени. В размерности два теорема 3.2 представляет собою переформулировку теоремы Хейльбронна в терминах относительных минимумов.

Собственно исследованию полиэдров Клейна начинается с четвертой главы, в центре которой – вычисление среднего числа граней и вершин трехмерных полиэдров Клейна. Для больших размерностей автор доказывает лишь двусторонние асимптотические логарифмические оценки одного и того же порядка. Автор опирается на свои ранее полученные оценки количества относительных минимумов и результаты В. А. Быковского, О. Н. Германа и О. Н. Карпенкова.

Вопрос о наилучших приближениях рассматривается в пятой главе путем сведения его к оценке среднего числа цилиндрических минимумов целых решеток ограниченного определителя. В теореме 2.1 главы 5 для среднего числа получена асимптотическая формула с логарифмическим понижением в остаточном члене. Типичным приемом, используемым здесь и других местах диссертации, - переход к нахождению количества целочисленных матриц в определенных областях полной вещественной линейной группы. Что же касается собственно одного из основных вопросов теории аппроксимации, то в диссертации он выступает в виде подсчета среднего количества наилучших приближениях линейных форм с рациональными коэффициентами, а также вычисления его математического ожидания. Эта задача рассмотрена в теоремах 3.1 и 3.2 главы 5.

Последняя шестая глава посвящена изучению локальных минимумов полных целочисленных многомерных решеток ограниченного определителя. Для среднего числа таких минимумов в теореме 3.2 главы 6 по-

лучена асимптотика, используя тот же прием дополнения локального минимума до базиса решетки.

В приложении содержатся технические результаты о количестве целочисленных точек в специальных многомерных областях.

Подводя итог обсуждению диссертации А. А. Илларионова, можно отметить следующее. Диссертация посвящена решению актуальных задач и вносит существенный вклад в развитие многомерной теории непрерывных дробей. Получен ряд новых интересных результатов относительно статистических свойств полиэдров Клейна. Все доказательства полные и подробные. Результаты своевременно опубликованы, в том числе в изданиях из списка ВАК. При этом количество публикаций превышает стандартные требования к диссертациям. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации. Работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты, а также развитые в ней методы могут быть использованы в дальнейших научных исследованиях по соответствующей тематике, проводимых в МГУ, МИРАН, ТГПУ, ТГУ и других научных организациях, как в нашей стране, так и за рубежом.

По диссертации имеется следующее замечание. Все основные результаты связаны со статистикой относительных минимумов решеток и граней полиэдров Клейна и, по-видимому, это тот максимум, который позволяет используемый в диссертации метод. Не хватает явных конструкций, но это уже - дело будущего. Отмеченный недостаток можно принимать, как пожелание.

На основании вышеизложенного можно утверждать, что диссертация А. А. Илларионова на тему "Статистические свойства полиэдров Клейна и локальных минимумов решеток", представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 (математическая логика, алгебра и теория чисел), соответствует критериям "Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК России, а её автор Андрей Анатольевич Илларионов заслуживает присуж-

дения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором В. Г. Журавлевым, обсужден и единогласно утвержден на заседании кафедры математического анализа ФГБОУ «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», 4 сентября 2014 г., протокол № 1.

Отзыв утвержден на заседании научно-технического совета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» », 4 сентября 2014 г., протокол № 1.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры
математического анализа В. Г. Журавлев

Ученый секретарь НТС И. В. Паньшин

08.09.2014