Гамильтонова механика
НОЦ МИАН (весна 2006)

Д.В.Трещев

Программа курса

1. Уравнения Лагранжа: их вид, для каких механических систем они пишутся.

2. Преобразование Лежандра: определение, основные свойства, вывод уравнений Гамильтона из уравнений Лагранжа.

3. Немного о произвольных системах ОДУ: фазовый поток, инвариантная мера, ограничение инвариантной меры на уровень первого интеграла,

4. Отображение Пуанкаре. Простейшие свойства уравнений Гамильтона: первые интегралы, инвариантная мера.

5. Теорема Пуанкаре о возвращении.

6. Теорема Шварцшильда-Литтлвуда.

7. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана.

8. Производящие функции. Канонические замены.

9. Маятник с быстро колеблющейся точкой подвеса.

10. Понижение порядка по Уиттекеру.

13. Симплектическая структура. Инвариантный вид уравнений Гамильтона.

14. Скобка Пуассона.

15. Теорема Лиувилля о вполне интегрируемых системах.

16. Переменные действие-угол.

17. Динамика в переменных действие-угол. Резонансные и нерезонансные частоты.

18. Классическая схема теории возмущений.

19. Диофантовы частоты. Их мера.

20. Стандартная теорема Колмогорова.

21. Неавтономный вариант теоремы Колмогорова.

22. Изоэнергетический вариант теоремы Колмогорова.

23. Теория КАМ и проблема устойчивости в гамильтоновой динамике.

24. Стандартное отображение Чирикова. Антиинтегрируемый предел. Теорема Обри.

25. Доказательство теоремы Обри.

24. Расщепление сепаратрис: постановка задачи и вид расщепленных сепаратрис на сечении Пуанкаре.

25. Интеграл Пуанкаре. Его связь с графиками расщепленных сепаратрис над тором $\mathbb{T}^2_{x,t}$. Площадь лунки.